

# Mecklenburg-Vorpommern



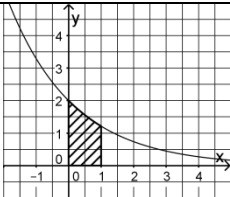
## MUSTERABITUR 2022 & 2023

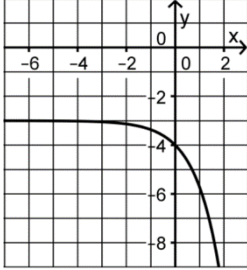
### Mathematik (CAS)

Grundkurs

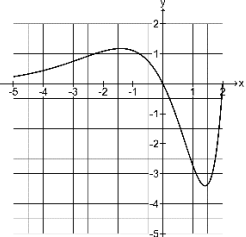
Musterlösung

## Teil A

Aufgabe	Pflichtaufgaben	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 0$	2	
1.2	$\int_{-2}^0 (x^3 + 2x^2) dx = \left[ \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 \right]_{-2}^0 = \frac{4}{3}$	3	
2.1	$f(0) = 2, f'(0) = -1$ Damit: $y = -x + 2$	2	
2.2	 Term: $\int_0^1 f(x) dx$	3	
3.1	$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{AB} \neq r \cdot \vec{AC}$ für alle $r \in \mathbb{R}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \vec{AB} + t \cdot \vec{AC}, s, t \in \mathbb{R}$	3	
3.2	$\vec{AB} \circ \vec{BD} = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (d-1) + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 5 = 0 \Leftrightarrow d = -\frac{1}{3}$	2	
4.1	$ \vec{AB} ^2 = \sqrt{25}^2 = 25$	2	
4.2	$\frac{1}{3} \cdot 25 \cdot h = 50 \Leftrightarrow h = 6$ mögliche z-Koordinate: 10	3	
	<b>Summe:</b>	<b>20</b>	

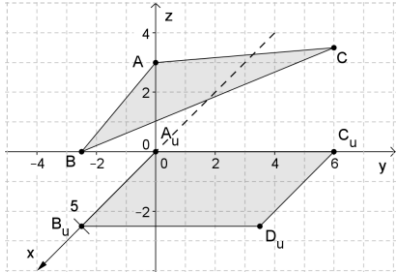

Aufgabe	Wahlaufgaben	mögliche BE	erteilte BE
5.1	Der Graph von $f$ ist eine nach unten geöffnete Parabel, die bei $t = 0$ und $t = 4$ die $t$ -Achse schneidet, d. h. es gilt $f(t) > 0$ für $0 < t < 4$ .	3	
5.2	$2 + \int_0^t f(x) dx = 7$	2	
6.1	Graph II Begründung: Graph I schneidet für ein $x \in [-7; -6]$ die $x$ -Achse. Würde Graph I die Ableitungsfunktion darstellen, so müsste Graph II für dieses $x \in [-7; -6]$ einen Extrempunkt haben. Da dies nicht der Fall ist, stellt Graph II die Ableitungsfunktion dar.	2	
6.2	$h(x) = -e^x - 3$ 	3	
7.1	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ Damit: $(-4   6   6)$	2	
7.2	Das Dreieck $ABC$ ist in $C$ rechtwinklig. $C$ liegt also auf dem Thaleskreis über $\overline{AB}$ , d. h. der Mittelpunkt $M(0   2   1)$ von $\overline{AB}$ hat von $A$ , $B$ und $C$ den gleichen Abstand. Alle weiteren Punkte mit dieser Eigenschaft liegen auf der Lotgerade zur $yz$ -Ebene durch $M$ , beispielsweise der Punkt $(1   2   1)$ .	3	
	<b>Summe:</b>	<b>5</b>	

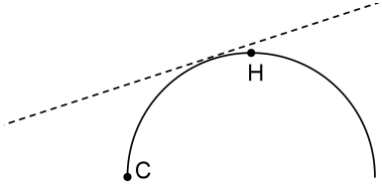
**Teil B**

Aufgabe	Analysis	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f_t(0) = 0$	1	
1.2		2	
1.3	$f_t'(-3) = 0 \rightarrow t = -\frac{3}{2}$	2	
1.4	$2022 = \left  \frac{1}{2} \cdot a \cdot f_2(a) \right  \Rightarrow a \approx 4,44$	3	
1.5	$f_t(x) = f_t'(x) \cdot x \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = t - 1$ Für $t = 1$ gibt es nur eine Ursprungsgerade.	2	
	<b>Summe:</b>	<b>10</b>	

Aufgabe	Analysis	mögliche BE	erteilte BE
2.1	$u(x) = v(x) \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{8}{3}$ $u(0) = 0, u\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{64}{27}$	3	
2.2	Es gilt $v'\left(\frac{8}{3}\right) = 0$ und $v''\left(\frac{8}{3}\right) < 0$ , d. h. Q ist Hochpunkt des Graphen von v.	3	

2.3	I: Die Aussage ist falsch, da $u'(2) > v'(2)$ . II: Die Aussage ist richtig, da die Graphen von $u$ und $v$ den Punkt $P$ gemeinsam haben und $u(x) < v(x)$ für alle $x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \setminus \{0\}$ gilt.	4	
2.4	Für $x \leq 0$ gilt $v(x) = \frac{5}{4} \Leftrightarrow x = -1$ . Ausdehnung in x-Richtung: $1 + \frac{8}{3} \approx 3,7$ Ausdehnung in y-Richtung: $\frac{64}{27} - u(-1) \approx 2,5$	5	
2.5	Die Lösung der Gleichung $v(x) = \frac{5}{4}$ für $0 < x \leq \frac{8}{3}$ wird mit $x_1$ bezeichnet, die Lösung der Gleichung $u(x) = \frac{5}{4}$ mit $x_2$ . $\int_{-1}^{x_1} (v(x) - u(x)) dx + \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{5}{4} - u(x)\right) dx \approx 1,4$	6	
2.6.1	Der Wendepunkt des Graphen von $u_k$ ist $(0 0)$ . Es gilt $u'_k(0) = 0$ .	2	
2.6.2	$u_k(-1) = \frac{5}{4} - \frac{3}{2} \Leftrightarrow k = 2$	3	
2.6.3	Mit zunehmendem Wert von $k$ bewegt sich die Kopfspitze in negative x-Richtung und dabei für $k \leq 1$ in positive y-Richtung und für $k \geq 1$ in negative y-Richtung.	2	
2.6.4	I: $u_k\left(\frac{8}{k+2}\right) > \frac{5}{4} \Leftrightarrow \frac{10-4\sqrt{5}}{5} < k < \frac{10+4\sqrt{5}}{5}$ II: Für $k > 0$ gilt: $v'\left(\frac{8}{k+2}\right) = 0 \Leftrightarrow k = 1$ III: Die x-Koordinate des Hochpunkts des Graphen von $v$ ist unabhängig von $k$ . Mit zunehmendem Wert von $k$ bewegt sich der Schnittpunkt der Graphen von $u_k$ und $v$ in negative x-Richtung. Mit I und II folgt: $1 \leq k < \frac{10+4\sqrt{5}}{5}$	7	
	<b>Summe:</b>	<b>35</b>	

Aufgabe	Analytische Geometrie	mögliche BE	erteilte BE
3.1		3	
3.2	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC}$ liefert $x = \frac{5 \cdot (y - 12 \cdot (z - 3))}{6}$ und damit $E: 6x - 5y + 60z = 180$	3	
3.3	$\cos \varphi = \frac{\begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 60 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 60 \end{pmatrix}}$ liefert $\varphi \approx 7,4^\circ$ .  Der Neigungswinkel beträgt etwa 7 Grad.	2	
3.4		2	
<b>Summe:</b>		<b>10</b>	

Aufgabe	Analytische Geometrie	mögliche BE	erteilte BE
4.1	$\vec{CA} = \begin{pmatrix} 3,5 \\ 0 \\ -3,5 \end{pmatrix}, \vec{CB} = \begin{pmatrix} -3,5 \\ 0 \\ -3,5 \end{pmatrix},  \vec{CA}  =  \vec{CB} , \vec{CA} \circ \vec{CB} = 0$	3	
4.2	$\left(3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3,5 + \frac{1}{2} \cdot 3,5^2 \cdot \pi\right) \cdot 140 \approx 7839, \text{ d. h. das Volumen beträgt etwa } 7800 \text{ m}^3.$	3	
4.3	$E: \vec{x} = \vec{OA} + t \cdot \vec{CA} + u \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; t, u \in \mathbb{R}$ <p>Das daraus resultierende Gleichungssystem</p> $\text{I } x = 7 + 3,5t \quad \text{II } y = -u \quad \text{III } z = 4 - 3,5t$ <p>liefert <math>x + z = 11</math>.</p>	3	
4.4	<p>Der Mittelpunkt der Dachfläche wird durch den Punkt <math>M(5,25   -70   5,75)</math> dargestellt.</p> <p>Mit <math>\vec{MK} = \begin{pmatrix} 24,75 \\ 90 \\ -4,25 \end{pmatrix}</math> und <math>\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math> ergibt sich: <math>\sin \varphi = \frac{ \vec{MK} \circ \vec{n} }{ \vec{MK}  \cdot  \vec{n} }</math>,</p> <p>d. h. <math>\varphi \approx 8,9^\circ</math></p>	4	
4.5	 <p>H stellt einen der Punkte der Dachkonstruktion dar, die am höchsten über dem Boden des Gebäudes liegen, die gestrichelte Linie eine von der Kamera ausgehende Sichtlinie.</p>	2	

4.6	<p>Gerade durch K und die Punkte, die die Positionen der Flugzeugspitze beschreiben:</p> $i: \vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} -60 \\ -990 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1000 \\ 0 \\ 350 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix}; v \in \mathbb{R}$ $\begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} -60 \\ -990 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1000 \\ 0 \\ 350 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,1 \\ 0 \\ 10,9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>liefert <math>s \approx 1,244</math>.</p> <p>Damit ergibt sich eine Höhe von etwa <math>1,244 \cdot 350\text{m} \approx 435\text{m}</math>.</p>	5	
	<b>Summe:</b>	<b>20</b>	