

# **Mecklenburg-Vorpommern**



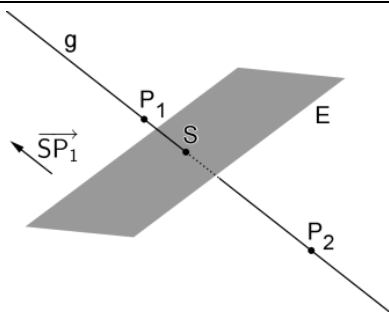
## **Musterabitur 2021 bis 2023**

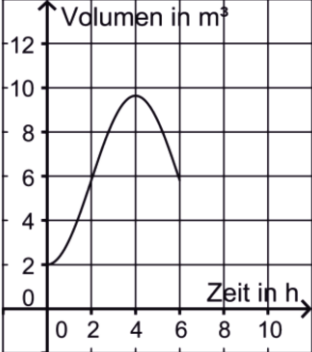
### **Mathematik (WTR)**

**Leistungskurs**

**Musterlösung**

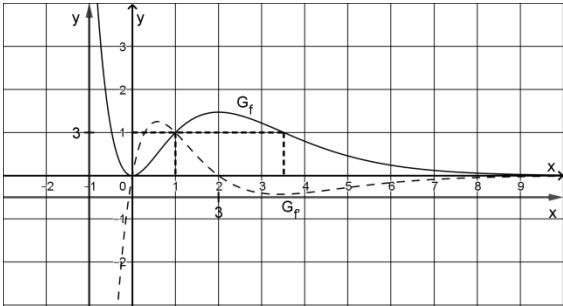
## Teil A

Aufgabe	Pflichtaufgaben	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$\frac{1}{2}a \cdot f(a) = \frac{1}{2}a \cdot a \cdot e^{-a} = \frac{1}{2}a^2 e^{-a}$	2	
1.2	Betrachtet man $\frac{1}{2}a^2 e^{-a}$ als Term einer Funktion A, so gilt für $a > 0$ : $A'(a) = ae^{-a} - \frac{1}{2}a^2 e^{-a} = \frac{1}{2}ae^{-a} \cdot (2 - a) = 0 \Leftrightarrow a = 2$	3	
2.1	$\int_0^{\pi} (g(x) - f(x)) dx = \left[ \frac{1}{2}x^2 + \cos x \right]_0^{\pi} = \frac{1}{2}\pi^2 - 2$	2	
2.2	$y = x - 2\pi$	3	
3.1	$2r + 2 \cdot (2 + 4r) - 2r = 2 \Leftrightarrow r = -\frac{1}{4}$ , d. h. $S\left(-\frac{1}{2} \mid 1 \mid -\frac{1}{4}\right)$	3	
3.2		2	
4.1	Mit dem Term kann die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden, dass bei sieben Drehungen der blaue Sektor nicht getroffen wird.	2	
4.2	$\binom{10}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^8$	1	
4.3	Die Aussage ist falsch, da die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der gelbe Sektor getroffen wird, bei allen Drehungen gleich groß ist.	2	
	<b>Summe:</b>	<b>20</b>	

Aufgabe	Wahlaufgaben - Lösungen	mögliche BE	erteilte BE
5.1	Zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn befinden sich etwa $5,8 \text{ m}^3$ Wasser im Tank.	2	
5.2		3	
6.1	P liegt in der yz-Ebene, der Richtungsvektor von g steht senkrecht dazu.	2	
6.2	<p>Schnittpunkt der Diagonalen: <math>S(0 4 1)</math></p> <p>Mit <math>\overrightarrow{SP} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}</math> und <math>\overrightarrow{SQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}</math> ergibt sich:</p> <p><math> \overrightarrow{SP}  =  \overrightarrow{SQ} </math> und <math>\overrightarrow{SP} \circ \overrightarrow{SQ} = 0</math></p>	3	
7.1	In der Urne A können sich 4, 5 oder 6 rote Kugeln befinden.	1	
7.2	$\frac{1}{2} \cdot \frac{n+1}{4n+1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3n+1}{4n+1} = \frac{4n+2}{2 \cdot (4n+1)} = \frac{2n+1}{4n+1} = \frac{15}{29} \Leftrightarrow n = 7$	4	
	<b>Summe:</b>	<b>10</b>	

**Teil B**

Aufgabe	Analysis	mögliche BE	erteilte BE
1.1	Es gibt Werte $x_1 < 0$ und $x_2 > 0$ , für die Gf für $x_1 < x < 0$ unterhalb der x-Achse und für $0 < x < x_2$ oberhalb verläuft. Es gibt Werte $x_3 < 0,6$ und $x_4 > 0,6$ , für die Gf für $x_3 < x < 0,6$ linksgekrümmt und für $0,6 < x < x_4$ rechtsgekrümmt ist.	4	
1.2	$F'(x) = -(2x+2) \cdot e^{1-x} - (x^2+2x+2) \cdot e^{1-x} \cdot (-1)$ $= (-2x-2+x^2+2x+2) \cdot e^{1-x} = x^2 \cdot e^{1-x} = f(x)$ Der Term der gesuchten Stammfunktion hat die Form $F(x) + c$ . $F(1) + c = -3 \Leftrightarrow c = 2$	5	
1.3.1	$1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	1	
1.3.2	$\frac{f(4)-f(2)}{2} \approx -0,34$ , d. h. die Geschwindigkeit nimmt im betrachteten Zeitraum pro Sekunde um etwa $0,34 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ab.	3	
1.3.3	Sind die Werte von $f'(x)$ positiv, so nimmt die Geschwindigkeit des Aufzugs zu, sind die Werte von $f'(x)$ negativ, so nimmt die Geschwindigkeit ab.	2	
1.3.4	$\int_0^{7,5} f(x) dx = F(7,5) - F(0) \approx 5,3$ Die Länge der zurückgelegten Strecke beträgt etwa 5,3 m.	2	
1.3.5	Für $r > 7,5$ gilt: $\int_0^r f(x) dx = F(r) - F(0) = -(r^2+2r+2) \cdot e^{1-r} + 2e < 2e < 5,5$	4	

1.4.1	$f'(x) = -2x \cdot e^{1-x} + x^2 \cdot e^{1-x} \cdot (-1), f'(6) = -\frac{24}{e^5}, f(6) = \frac{36}{e^5}$ <p>Damit: <math>\frac{-f(6)}{x-6} = f'(6) \Leftrightarrow x = \frac{-f(6)}{f'(6)} + 6 = 7,5</math></p>	5	
1.4.2	<p>Man berechnet den Inhalt A der Fläche, die die Tangente an <math>G_f</math> im Punkt <math>(6   f(6))</math> mit der Gerade mit der Gleichung <math>x = 6</math> und der x-Achse einschließt. Bezeichnet man den gesuchten Zeitpunkt mit t, so ergibt sich der Wert von t als Lösung der Gleichung <math>\int_6^t f(x) dx = A</math>.</p>	4	
1.5.1	Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $(x-1)^2 \geq 0$ und $e^{2-x} > 0$ , d. h. $h(x) \geq 1$ .	2	
1.5.2	<p>Der Graph von h geht aus dem Graphen von f hervor durch:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Verschiebung um 1 in positive x-Richtung</li> <li>◆ Streckung mit dem Faktor 2 in y-Richtung</li> <li>◆ Verschiebung um 1 in positive y-Richtung</li> </ul> <p>Der Graph von f enthält den Punkt <math>(0   0)</math>. Würde man den zweiten und dritten Schritt vertauschen, so enthielte der so erzeugte Graph den Punkt <math>(1   2)</math>. Dieser liegt wegen <math>h(1) \neq 2</math> nicht auf dem Graphen von h.</p>	5	
1.5.3		3	
<b>Summe:</b>		<b>40</b>	

Aufgabe	Analytische Geometrie	mögliche BE	erteilte BE
2.1	Die Pfosten ragen 0,5 m in den Untergrund hinein.	1	
2.2	$H(-3 -2 4)$ Wegen $\overline{EF} = \overline{HG}$ ist es ein Parallelogramm, wegen $\overline{EF} \circ \overline{FG} = 0$ und $ \overline{EF}  =  \overline{FG} $ ein Quadrat.	5	
2.3	Die Pyramide ist gerade und hat eine quadratische Grundfläche, die parallel zur $x_1x_2$ -Ebene ist. Der Mittelpunkt der Grundfläche liegt ebenso auf der $x_3$ -Achse wie die Spitze S.	3	
2.4	$L: \vec{x} = \overline{OE} + r \cdot \overline{EF} + s \cdot \overline{ES}; r, s \in \mathbb{R}$ Das daraus resultierende Gleichungssystem I $x_1 = 2 + r - 2s$ II $x_2 = -3 + 5r + 3s$ III $x_3 = 4 + s$ liefert: $L: 5x_1 - x_2 + 13x_3 = 65$	4	
2.5	Man berechnet die Koordinaten des Schnittpunkts der Ebene L und der Geraden, die durch T verläuft und den Richtungsvektor $\vec{v}$ hat. Der Abstand dieses Schnittpunkts vom Punkt S ist die Länge des Schattens in Metern.	4	
2.6	Wählt man für die beiden Punkte, die im Modell die beiden Enden des zusätzlichen Balkens darstellen, $I \in \overline{AE}$ und $J \in \overline{EF}$ , so gilt: ♦ I hat die Koordinaten $(2 -3 3,5)$ . ♦ J liegt auf der Geraden $g: \vec{x} = \overline{OE} + t \cdot \overline{EF}$ mit $t \in \mathbb{R}$ , hat also die Koordinaten $(2+t -3+5t 4)$ . Für $0 \leq t \leq 1$ gilt: $ \overline{IJ}  = 2,1 \Leftrightarrow t = 0,4$ Damit ergibt sich als Verhältnis 2:3.	5	
2.7	Mit $A'(2 -3 0)$ und $B'(3 2 0)$ liefert ♦ $\overline{OP}_1 = \overline{OA'} + \frac{2}{3} \overline{A'B'}$ : $P_1(\frac{8}{3} \frac{1}{3} 0)$ , ♦ $\overline{OP}_2 = \overline{OA'} + 2 \cdot \overline{A'B'}$ : $P_2(4 7 0)$ .	3	
	<b>Summe:</b>	<b>25</b>	

Aufgabe	Stochastik	mögliche BE	erteilte BE
3.1.1	$\binom{60}{3} = 34220$	2	
3.1.2	$\frac{40}{60} \cdot \frac{39}{59} \cdot \frac{38}{58} \approx 28,9\%$	2	
3.1.3	<p>Bezeichnet man die Anzahl der an der Fahrt teilnehmenden Kinder mit <math>k</math>, so ist die Anzahl der Kinder, die ein Eis essen, <math>\frac{3}{4}k</math>, die Anzahl der Erwachsenen, die ein Eis essen, <math>\frac{1}{3} \cdot (60 - k)</math>.</p> <p>Damit: <math>\frac{3}{4}k + \frac{1}{3} \cdot (60 - k) = 30 \Leftrightarrow \frac{5}{12}k = 10 \Leftrightarrow k = 24</math></p>	3	
3.1.4	Das Erscheinen bzw. Nichterscheinen erfolgt in der Regel für einige Personen mit Reservierung (z. B. befreundete Personen) nicht unabhängig voneinander.	1	
3.1.5	<p>X: Anzahl der nicht erscheinenden Personen mit Reservierung</p> <p><math>P_{0,1}^{64}(X \leq 3) \approx 10,6\%</math></p>	3	
3.1.6	<p><math>P_{0,14}^{64}(X \leq 3) \approx 1,6\%</math>, <math>P_{0,15}^{64}(X \leq 3) \approx 0,9\%</math></p> <p>Die Wahrscheinlichkeit müsste mindestens 15 % betragen.</p>	4	
3.2.1	$3! \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$	2	
3.2.2	<p>Bezeichnet man den gesuchten Betrag mit <math>a</math>, so gilt:</p> <p><math>\frac{1}{6} \cdot 5\text{€} + \frac{1}{6} \cdot (a - 5\text{€}) - \frac{4}{6} \cdot 5\text{€} = 0 \Leftrightarrow a = 20\text{€}</math></p>	3	
3.2.3	<p>Für <math>p &lt; \frac{1}{6}</math> gilt:</p> <p><math>2p \cdot (1 - p - 2p) = 0,14 \Leftrightarrow 6p^2 - 2p + 0,14 = 0 \Leftrightarrow p = \frac{1}{10}</math></p> <p>Damit: <math>(1 - p - 2p) \cdot 360^\circ = 252^\circ</math></p>	5	
	<b>Summe:</b>	<b>25</b>	