# Mecklenburg-Vorpommern

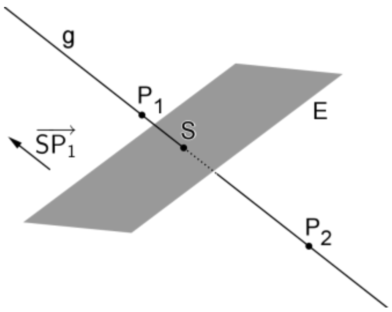
# Musterabitur 2021 bis 2023

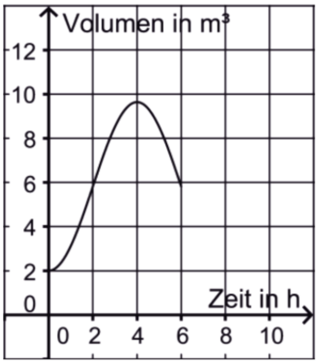
## Mathematik (CAS)

**Leistungskurs**

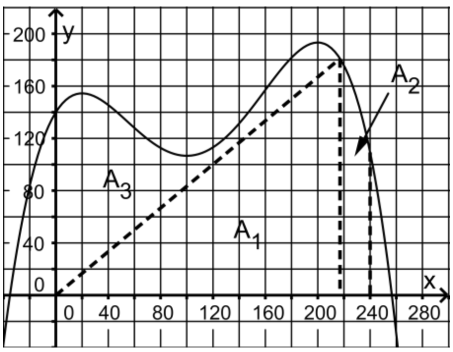
**Musterlösung**

# Teil A

| Aufgabe | Pflichtaufgaben | mögliche BE | erteilte BE |
|---|---|---|---|
| 1.1 | $\frac{1}{2}a \cdot f(a) = \frac{1}{2}a \cdot a \cdot e^{-a} = \frac{1}{2}a^2e^{-a}$ | 2 | |
| 1.2 | Betrachtet man $\frac{1}{2}a^2e^{-a}$ als Term einer Funktion A, so gilt für $a > 0$:<br>$A'(a) = ae^{-a} - \frac{1}{2}a^2e^{-a} = \frac{1}{2}ae^{-a} \cdot (2-a) = 0 \Leftrightarrow a = 2$ | 3 | |
| 2.1 | $\int\limits_0^{\pi} (g(x) - f(x))dx = \left[\frac{1}{2}x^2 + \cos x\right]_0^{\pi} = \frac{1}{2}\pi^2 - 2$ | 2 | |
| 2.2 | $y = x - 2\pi$ | 3 | |
| 3.1 | $2r + 2 \cdot (2 + 4r) - 2r = 2 \Leftrightarrow r = -\frac{1}{4}$, d. h. $S\left(-\frac{1}{2} \mid 1 \mid -\frac{1}{4}\right)$ | 3 | |
| 3.2 |  | 2 | |
| 4.1 | Mit dem Term kann die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden, dass bei sieben Drehungen der blaue Sektor nicht getroffen wird. | 2 | |
| 4.2 | $\binom{10}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^8$ | 1 | |
| 4.3 | Die Aussage ist falsch, da die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der gelbe Sektor getroffen wird, bei allen Drehungen gleich groß ist. | 2 | |
| | **Summe:** | **20** | |

| Aufgabe | Wahlaufgaben - Lösungen | mögliche BE | erteilte BE |
|---|---|---|---|
| 5.1 | Zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn befinden sich etwa 5,8 $m^3$ Wasser im Tank. | 2 | |
| 5.2 |  | 3 | |
| 6.1 | P liegt in der yz-Ebene, der Richtungsvektor von g steht senkrecht dazu. | 2 | |
| 6.2 | Schnittpunkt der Diagonalen: $S(0\mid 4\mid 1)$<br>Mit $\overrightarrow{SP}=\begin{pmatrix}0\\-3\\4\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{SQ}=\begin{pmatrix}0\\4\\3\end{pmatrix}$ ergibt sich:<br>$\left\vert\overrightarrow{SP}\right\vert=\left\vert\overrightarrow{SQ}\right\vert$ und $\overrightarrow{SP}\circ\overrightarrow{SQ}=0$ | 3 | |
| 7.1 | In der Urne A können sich 4, 5 oder 6 rote Kugeln befinden. | 1 | |
| 7.2 | $\frac{1}{2}\cdot\frac{n+1}{4n+1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3n+1}{4n+1}=\frac{4n+2}{2\cdot(4n+1)}=\frac{2n+1}{4n+1}=\frac{15}{29}\Leftrightarrow n=7$ | 4 | |
| | **Summe:** | **10** | |

# Teil B

| Aufgabe | Analysis | mögliche BE | erteilte BE |
|---|---|---|---|
| 1.1 | $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=20 \vee x=100 \vee x=200$<br>$f''(20)=-\frac{36}{625}<0$, $f''(100)=\frac{4}{125}>0$, $f''(200)=-\frac{9}{125}<0$<br>Hochpunkte: $\left(20 \mid \frac{11584}{75}\right)$, $\left(200 \mid \frac{580}{3}\right)$<br>Tiefpunkt: $\left(100 \mid \frac{320}{3}\right)$ | 5 | |
| 1.2 | Schnittpunkt mit der y-Achse: $(0 \mid 140)$<br>Da $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=-\infty$ gilt und die y-Koordinate des Tiefpunkts des Graphen von f positiv ist, hat f genau zwei Nullstellen. | 4 | |
| 1.3 | Für $50<x<130$ liefert $f(x)=f(x+60)$: $x\approx 69{,}2$<br>Die gesuchten x-Werte sind $x\approx 69{,}2$ und $x\approx 129{,}2$, der zugehörige Funktionswert etwa 120,2. | 4 | |
| 1.4.1 | $\int\limits_0^k f(x)\,dx=\int\limits_k^{240} f(x)\,dx$ liefert $k\approx 135{,}5$, d. h. die Gerade wird näherungsweise durch die Gleichung $x=135{,}5$ beschrieben. | 4 | |
| 1.4.2 | <br>Es gilt: $A_1+A_2=\frac{2}{3}\cdot(A_1+A_2+A_3)$ | 4 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1.5.1 | $f''(x)=0 \wedge f'''(x)<0$ liefert: $x \approx 158{,}7$<br>Da $f'(0)=1{,}6$ und $f'(158{,}7)\approx 1{,}3$, steigt der Glukosewert zu Beobachtungsbeginn am stärksten an. | 4 | |
| 1.5.2 | Mit $\lvert f'(x)\rvert \le 0{,}3$ ergibt sich, dass die momentane Änderungsrate des Glukosewerts in folgenden Zeiträumen zwischen den angegebenen Werten lag:<br>♦ von etwa 15,2 Minuten bis etwa 25,8 Minuten<br>♦ von etwa 90,3 Minuten bis etwa 109,3 Minuten<br>♦ von etwa 195,5 Minuten bis etwa 203,9 Minuten<br>Damit liegt die momentane Änderungsrate etwa 38 Minuten lang im angegebenen Bereich. | 4 | |
| 1.5.3 | Mittelwert aller Glukosewerte: $\frac{1}{80}\cdot\int_{20}^{100} f(x)\,dx \approx 129{,}2$<br>Mittelwert derjenigen Glukosewerte, die im angegebenen Zeitraum im Abstand von jeweils zehn Minuten gemessen wurden:<br>$\frac{1}{9}\cdot\left(f(20)+f(30)+...+f(100)\right)\approx 129{,}3$<br>Der Mittelwert aller Glukosewerte ist etwa 0,1 % kleiner. | 5 | |
| 1.6.1 | $h_k'(0)=f'(240) \Leftrightarrow k=\frac{308}{3125}$ | 2 | |
| 1.6.2 | Der Graph von g geht aus dem Graphen von $h_{\frac{308}{3125}}$ durch eine Verschiebung um 240 in positive x-Richtung und um $f(240)$ in positive y-Richtung hervor.<br>$g(x)=h_{\frac{308}{3125}}(x-240)+f(240)$ | 4 | |
| | **Summe:** | **40** | |

| **Aufgabe** | **Analytische Geometrie** | **mögliche BE** | **erteilte BE** |
|---|---|---|---|
| 2.1 | Die Pfosten ragen 0,5 m in den Untergrund hinein. | 1 | |
| 2.2 | $H(-3\mid-2\mid4)$<br>Wegen $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$ ist es ein Parallelogramm, wegen $\overrightarrow{EF}\circ\overrightarrow{FG}=0$ und $\left\lvert\overrightarrow{EF}\right\rvert=\left\lvert\overrightarrow{FG}\right\rvert$ ein Quadrat. | 5 | |
| 2.3 | Die Pyramide ist gerade und hat eine quadratische Grundfläche, die parallel zur $x_1x_2$-Ebene ist. Der Mittelpunkt der Grundfläche liegt ebenso auf der $x_3$-Achse wie die Spitze S. | 3 | |
| 2.4 | $L:\vec{x}=\overrightarrow{OE}+r\cdot\overrightarrow{EF}+s\cdot\overrightarrow{ES};\ r,s\in\mathbb{R}$<br>Das daraus resultierende Gleichungssystem<br>I $x_1=2+r-2s$ II $x_2=-3+5r+3s$ III $x_3=4+s$<br>liefert: $L:5x_1-x_2+13x_3=65$ | 3 | |
| 2.5 | Mit $\vec{m}=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ und $\vec{n}=\begin{pmatrix}5\\-1\\13\end{pmatrix}$ ergibt sich: $\cos\varphi=\frac{\vec{m}\circ\vec{n}}{\lvert\vec{m}\rvert\cdot\lvert\vec{n}\rvert}$, d. h.<br>$\varphi\approx21{,}4°$ | 2 | |
| 2.6.1 | Man berechnet die Koordinaten des Schnittpunkts der Ebene L und der Geraden, die durch T verläuft und den Richtungsvektor $\vec{v}$ hat. Der Abstand dieses Schnittpunkts vom Punkt S ist die Länge des Schattens in Metern. | 4 | |
| 2.7 | Wählt man für die beiden Punkte, die im Modell die beiden Enden des zusätzlichen Balkens darstellen, $I\in\overline{AE}$ und $J\in\overline{EF}$, so gilt:<br>♦ I hat die Koordinaten $(2\mid-3\mid3{,}5)$.<br>♦ J liegt auf der Geraden $g:\vec{x}=\overrightarrow{OE}+t\cdot\overrightarrow{EF}$ mit $t\in\mathbb{R}$, hat also die Koordinaten $(2+t\mid-3+5t\mid4)$.<br>Für $0\le t\le1$ gilt: $\left\lvert\overrightarrow{IJ}\right\rvert=2{,}1\Leftrightarrow t=0{,}4$<br>Damit ergibt sich als Verhältnis $2:3$. | 4 | |
| 2.8 | Mit $A'(2\mid-3\mid0)$ und $B'(3\mid2\mid0)$ liefert<br>♦ $\overrightarrow{OP_1}=\overrightarrow{OA'}+\frac{2}{3}\overrightarrow{A'B'}$: $P_1\left(\frac{8}{3}\mid\frac{1}{3}\mid0\right)$,<br>♦ $\overrightarrow{OP_2}=\overrightarrow{OA'}+2\cdot\overrightarrow{A'B'}$: $P_2(4\mid7\mid0)$. | 3 | |
| | **Summe:** | **25** | |

| Aufgabe | Stochastik | mögliche BE | erteilte BE |
|---|---|---|---|
| 3.1.1 | $\binom{60}{3} = 34220$ | 2 | |
| 3.1.2 | $\frac{40}{60} \cdot \frac{39}{59} \cdot \frac{38}{58} \approx 28{,}9\,\%$ | 2 | |
| 3.1.3 | Bezeichnet man die Anzahl der an der Fahrt teilnehmenden Kinder mit k, so ist die Anzahl der Kinder, die ein Eis essen, $\frac{3}{4}k$, die Anzahl der Erwachsenen, die ein Eis essen, $\frac{1}{3} \cdot (60-k)$.<br>Damit: $\frac{3}{4}k + \frac{1}{3} \cdot (60-k) = 30 \Leftrightarrow \frac{5}{12}k = 10 \Leftrightarrow k = 24$ | 3 | |
| 3.1.4 | Das Erscheinen bzw. Nichterscheinen erfolgt in der Regel für einige Personen mit Reservierung (z. B. befreundete Personen) nicht unabhängig voneinander. | 1 | |
| 3.1.5 | X: Anzahl der nicht erscheinenden Personen mit Reservierung<br>$P_{0,1}^{64}(X \leq 3) \approx 10{,}6\,\%$ | 3 | |
| 3.1.6 | $P_{0,14}^{64}(X \leq 3) \approx 1{,}6\,\%$, $P_{0,15}^{64}(X \leq 3) \approx 0{,}9\,\%$<br>Die Wahrscheinlichkeit müsste mindestens 15 % betragen. | 4 | |
| 3.2.1 | $3! \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ | 2 | |
| 3.2.2 | Bezeichnet man den gesuchten Betrag mit a, so gilt:<br>$\frac{1}{6} \cdot 5\,€ + \frac{1}{6} \cdot (a - 5\,€) - \frac{4}{6} \cdot 5\,€ = 0 \Leftrightarrow a = 20\,€$ | 3 | |
| 3.2.3 | $2p \cdot 2p \cdot (1-p-2p) = 0{,}036$ liefert für $0{,}5 < 1-p-2p \leq 1$:<br>$p = \frac{\sqrt{37}+1}{60}$<br>Damit: $(1-p-2p) \cdot 360° \approx 233°$ | 5 | |
| | **Summe:** | **25** | |