

Mecklenburg-Vorpommern



Zentralabitur 2021

Mathematik

Grundkurs

Prüfungsteil A – hilfsmittelfreie Aufgaben

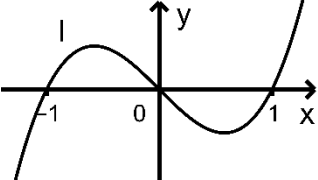
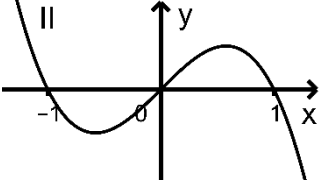
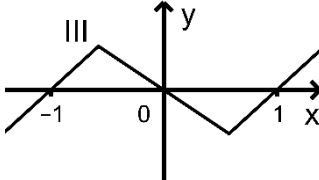
Name, Vorname: _____

Arbeitsblatt

Dieses Arbeitsblatt ist ohne Zuhilfenahme von Tafelwerk oder Taschenrechner zu bearbeiten. Zusätzliche Lösungsblätter sind mit Ihrem Namen zu versehen und in dieses Arbeitsblatt einzulegen.

Für dieses Arbeitsblatt beträgt die Bearbeitungszeit maximal 90 Minuten.

Zu bearbeiten sind die **vier** Pflichtaufgaben sowie **eine** der drei Wahlaufgaben.

1 Analysis – Pflichtaufgabe	BE
Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = x^3 - x$.	
<p>1.1 Einer der folgenden Graphen I, II und III stellt f dar. Geben Sie die Graphen an, die dafür nicht infrage kommen, und begründen Sie Ihre Angabe.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">    </div>	2
<p>1.2 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von f und die x-Achse einschließen.</p>	3

2 Analysis – Pflichtaufgabe

BE

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen einer in \mathbb{R} definierten Funktion f , die Abbildung 2 den Graphen einer Stammfunktion F von f .

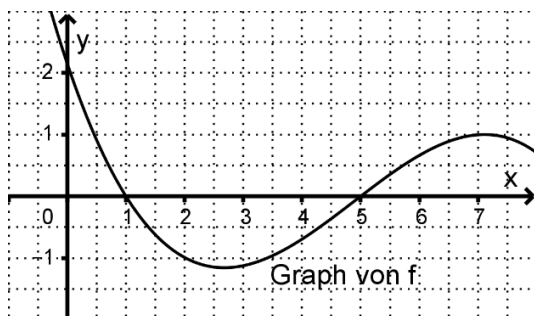


Abbildung 1

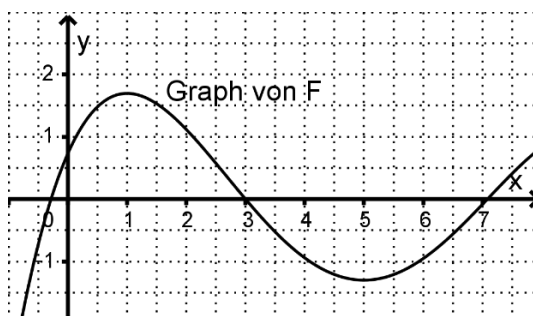


Abbildung 2

2.1 Bestimmen Sie ausschließlich mithilfe der Abbildung 2 den Wert des

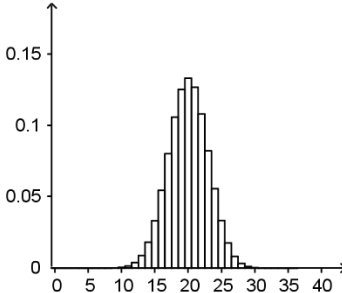
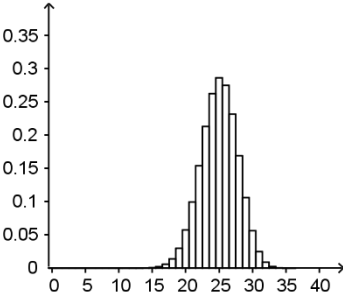
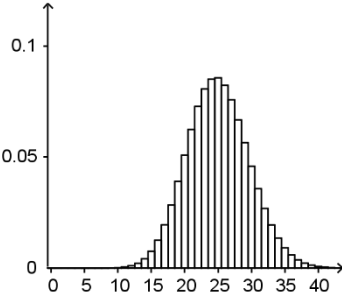
$$\text{Terms } \int_1^5 f(x) dx.$$

2

2.2 Beschreiben Sie, wie man den Wert des Terms $\int_1^5 f(x) dx$ ausschließlich mithilfe der Abbildung 1 bestimmen könnte.

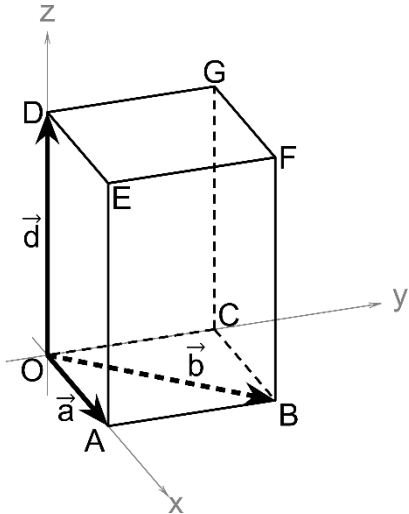
3

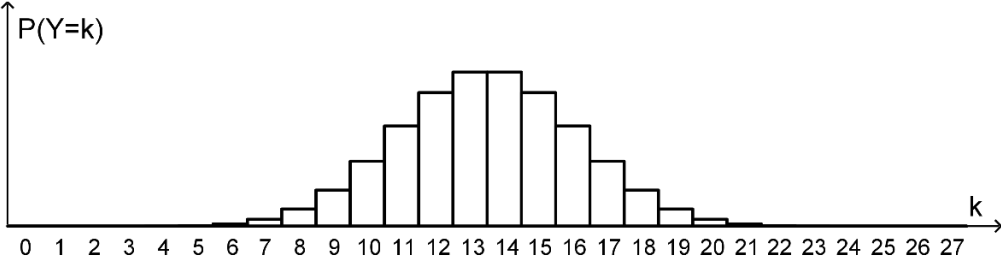
3 Analytische Geometrie – Pflichtaufgabe	BE
Gegeben sind die Punkte $A(5 0 a)$ und $B(2 4 5)$. Der Koordinatenursprung wird mit O bezeichnet.	
3.1 Bestimmen Sie denjenigen Wert von a , für den A und B den Abstand 5 haben.	3
3.2 Ermitteln Sie denjenigen Wert von a , für den das Dreieck OAB im Punkt B rechtwinklig ist.	2

<p>4 Stochastik – Pflichtaufgabe</p>	<p>BE</p>
<p>Im Folgenden werden zwei Würfel stets gemeinsam geworfen. Bei jedem der beiden Würfel sind die Seiten mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert.</p>	
<p>4.1 Die beiden Würfel werden einmal geworfen. Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei keine „6“ auftritt, $\frac{25}{36}$ beträgt.</p>	<p>2</p>
<p>4.2 Die beiden Würfel werden 36-mal geworfen. Die binomialverteilte Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Würfe an, bei denen keine „6“ auftritt. Begründen Sie für jede der folgenden Abbildungen, dass sie nicht die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X zeigt.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>Abbildung 1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Abbildung 2</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Abbildung 3</p> </div> </div>	<p>3</p>

Von den folgenden drei Wahlaufgaben ist **eine** zu bearbeiten.

5 Analysis – Wahlaufgabe	BE
Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^5 + 2x^3 + x$ und $x \in \mathbb{R}$. Ihr Graph heißt G . Begründen Sie, dass die folgenden Aussagen über f bzw. G wahr sind.	
5.1 G ist symmetrisch zum Koordinatenursprung.	1
5.2 f hat mindestens eine Nullstelle.	1
5.3 G besitzt mindestens einen lokalen Extrempunkt. <i>Hinweis: Eine rechnerische Bestimmung der Koordinaten ist nicht gefordert.</i>	3

6 Analytische Geometrie – Wahlaufgabe	BE
<p>Die Abbildung zeigt einen Quader sowie die Ortsvektoren der Eckpunkte A, B und D.</p> <p>Die Grundfläche OABC des Quaders ist quadratisch.</p>	
<p>6.1 Beschreiben Sie die Lage des Punkts, zu dem der Ortsvektor $\frac{1}{2} \cdot (\vec{b} - \vec{a})$ gehört.</p>	1
<p>Der Punkt P hat den Ortsvektor $\frac{1}{2} \cdot \vec{b} + \vec{d}$.</p>	
<p>6.2 Zeichnen Sie P in die Abbildung ein.</p>	1
<p>6.3 Begründen Sie, dass der Wert des Terms $\vec{b} \circ \overrightarrow{OP}$ nur von der Seitenlänge der Grundfläche abhängt.</p>	3

7	Stochastik – Wahlaufgabe	BE
7.1	<p>Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt; die Trefferwahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{4}$.</p> <p>Vervollständigen Sie die folgende Gleichung zur Berechnung einer Wahrscheinlichkeit: $P\left(X = \quad\right) = \binom{\quad}{3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\quad\right)^2$</p>	2
7.2	<p>Die Abbildung zeigt die symmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße Y.</p>  <p>Gegeben sind die Wahrscheinlichkeitswerte $P(Y \leq 15) \approx 0,78$ und $P(Y = 12) \approx 0,13$.</p> <p>Berechnen Sie unter Verwendung dieser Werte den zugehörigen Wert für die Wahrscheinlichkeit $P(Y = 14)$.</p>	3

Mecklenburg-Vorpommern



Zentralabitur 2021

Mathematik (WTR)

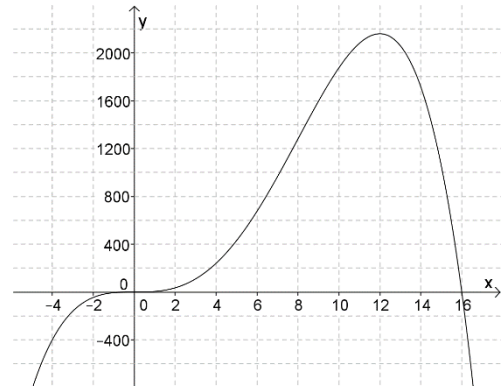
Grundkurs

Prüfungsteil B – komplexe Aufgaben

1 Analysis

Die Abbildung zeigt den Graphen der in \mathbb{R} definierten Funktion f mit $f(x) = -\frac{5}{16}x^4 + 5x^3$.

Hinweis: Zu dieser Aufgabe gehört der obere Teil des beiliegenden Arbeitsblatts.



- 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass der Punkt $(12|2160)$ ein Hochpunkt des Graphen von f ist und dass die Tangente an den Graphen von f im Punkt $(0|0)$ parallel zur x -Achse verläuft. 5 BE
- 1.2 Bestimmen Sie eine Gleichung der Gerade g , die durch die beiden Wendepunkte des Graphen von f verläuft. 7 BE
Zeichnen Sie in die Abbildung auf dem Arbeitsblatt eine Gerade ein, die parallel zu g ist und für $0 \leq x \leq 8$ mit dem Graphen von f genau einen Punkt gemeinsam hat.
- 1.3 Für jede reelle Zahl a ist eine in \mathbb{R} definierte Funktion h_a mit $h_a(x) = 5ax^2$ gegeben.
- 1.3.1 Beschreiben Sie, wie der Graph von h_4 aus dem Graphen von h_3 erzeugt werden kann. 2 BE
- 1.3.2 Bestimmen Sie denjenigen Wert von a , für den der Punkt $(4|f(4))$ auf dem Graphen von h_a liegt. 2 BE
- 1.3.3 Es gibt genau einen positiven Wert von a , für den die Graphen von f und h_a genau zwei gemeinsame Punkte haben. Ermitteln Sie diesen Wert von a . 5 BE
- 1.3.4 Die Gleichung $f(x) = h_{3,75}(x)$ hat genau die drei Lösungen $x_1 = 0$, $x_2 = 6$ und $x_3 = 10$ und es gilt $\int_0^{10} (f(x) - h_{3,75}(x)) dx = 0$. 3 BE
Deuten Sie dies mit Bezug auf die Graphen von f und $h_{3,75}$.

Der Aufgabentext wird auf der folgenden Seite fortgesetzt.

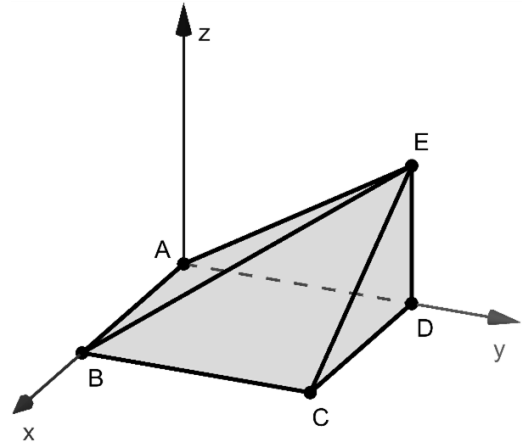
- 1.4 Ein Unternehmen lagert Glycerin in einem Tank. Die momentane Änderungsrate des Tankinhalts kann für $0 \leq x \leq 20$ mithilfe der Funktion f beschrieben werden. Dabei ist x die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Stunden und $f(x)$ die momentane Änderungsrate in Kilogramm pro Stunde. Zu Beobachtungsbeginn befinden sich im Tank 1200 kg Glycerin.
- 1.4.1 Der Punkt $(4 | 240)$ liegt auf dem Graphen von f . Interpretieren Sie die Koordinaten dieses Punkts im Sachzusammenhang. 2 BE
- 1.4.2 Beurteilen Sie die folgende Aussage: 2 BE
- Zwölf Stunden nach Beobachtungsbeginn ist die größte Menge Glycerin im Tank enthalten.*
- 1.4.3 Bestimmen Sie grafisch die Zunahme des Tankinhalts zwischen den Zeitpunkten acht Stunden und zehn Stunden nach Beobachtungsbeginn. 3 BE
- 1.4.4 Berechnen Sie, wie viel Glycerin 20 Stunden nach Beobachtungsbeginn im Tank enthalten ist. 4 BE

2 Analytische Geometrie

Die Eckpunkte eines Holzkörpers werden durch $A(0|0|0)$, $B(10|0|0)$, $C(10|10|0)$, $D(0|10|0)$ und $E(0|10|6)$ dargestellt (vgl. Abbildung).

Die Punkte B, D und E liegen im Modell in der Symmetrieebene des Körpers.

Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Zentimeter in der Realität.



Hinweis: Zu dieser Aufgabe gehört der untere Teil des beiliegenden Arbeitsblatts.

2.1 Zeigen Sie, dass das Dreieck BCE rechtwinklig ist, und berechnen Sie den Inhalt der Oberfläche des Holzkörpers. 5 BE

2.2 Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene L, in der das Dreieck BCE liegt, in Koordinatenform. 3 BE

2.3 Die quadratische Grundfläche des Holzkörpers schließt mit der Seitenfläche, die durch das Dreieck BCE dargestellt wird, einen Winkel ein. Berechnen Sie die Größe dieses Winkels. 2 BE

2.4 Der Holzkörper soll mit einer möglichst kurzen Linie versehen werden, die im Modell vom Eckpunkt A über die Kante \overline{BE} zum Punkt C verläuft. Die Länge dieser Linie in Zentimetern kann folgendermaßen ermittelt werden:

$$P(10 - 10t | 10t | 6t)$$

$$\overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PB} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{25}{59}$$

$$2 \cdot |\overrightarrow{PC}| \approx 15,2$$

Erläutern Sie dieses Vorgehen.

2.5 Der Schnittpunkt der Ebene L mit der z-Achse wird mit F bezeichnet.

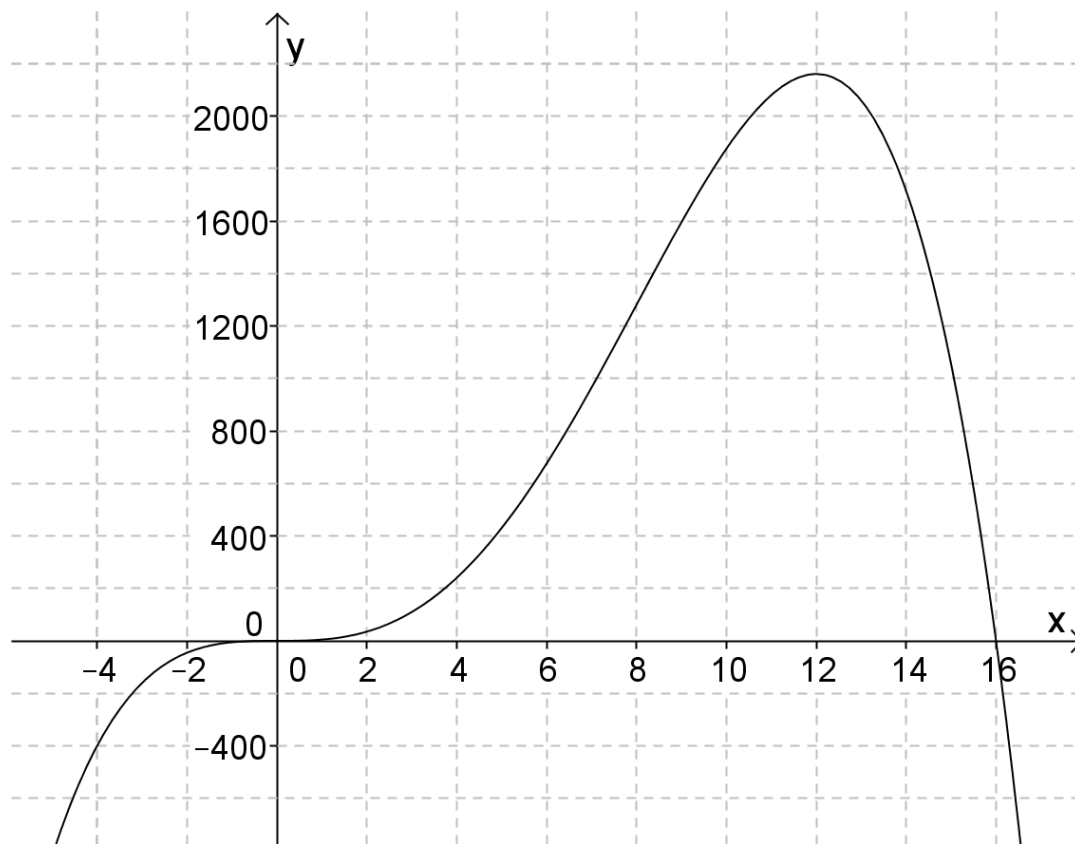
2.5.1 Zeichnen Sie F sowie die Geraden, in denen L die xz- und die yz-Ebene schneidet, in die Abbildung auf dem Arbeitsblatt ein. 2 BE

2.5.2 Ermitteln Sie, um wie viel Prozent das Volumen des Körpers ABCDEF größer ist als das Volumen des Körpers ABCDE, ohne für diese Volumina konkrete Werte zu berechnen. 4 BE

3 Stochastik

In einem Bundesland wird die Bevölkerungsgruppe derjenigen, die im Jahr 2000 geboren wurden, im Hinblick auf Schulabschlüsse untersucht. In dieser Bevölkerungsgruppe beträgt der Anteil der Personen mit Abitur 36 %. Unter den Personen mit Abitur sind 54 % weiblich. Der Anteil der nicht weiblichen Personen ohne Abitur in der gesamten Bevölkerungsgruppe beträgt 34 %.

- 3.1 Weisen Sie nach, dass unter allen Personen ohne Abitur der Anteil derjenigen, die nicht weiblich sind, etwa 53 % beträgt. 2 BE
- 3.2 Stellen Sie den Sachzusammenhang in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. 3 BE
- 3.3 Zur betrachteten Bevölkerungsgruppe gehören 27 000 Personen. Ermitteln Sie, wie viele dieser Personen weiblich sind. 3 BE
- 3.4 Für eine Online-Befragung werden aus der betrachteten Bevölkerungsgruppe 100 Personen zufällig ausgewählt. Es soll davon ausgegangen werden, dass unter den ausgewählten Personen die Anzahl derjenigen mit Abitur binomialverteilt ist.
- 3.4.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den ausgewählten Personen 30 mit Abitur sind. 1 BE
- 3.4.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der ausgewählten Personen mit Abitur kleiner als der Erwartungswert dieser Anzahl ist. 3 BE
- 3.5 Unter den 100 Personen, die für die Online-Befragung ausgewählt wurden, befinden sich 40 mit Abitur. Von den 100 Personen werden vier zufällig ausgewählt.
- 3.5.1 Begründen Sie, dass die Anzahl der Personen mit Abitur unter den vier ausgewählten nicht binomialverteilt ist. 2 BE
- 3.5.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese vier Personen kein Abitur haben. 2 BE
- 3.6 Aus der gesamten Bevölkerungsgruppe derjenigen, die im Jahr 2000 geboren wurden, werden n Personen zufällig ausgewählt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich darunter mehr als 20 mit Abitur befinden, ist größer als 0 % und kleiner als p %. Beschreiben Sie Ihr Vorgehen zur Ermittlung aller Werte, die für n infrage kommen, unter der Voraussetzung, dass der Wert von p bekannt ist. 4 BE

Arbeitsblatt zur Aufgabe 1**Arbeitsblatt zur Aufgabe 2**