

Mecklenburg-Vorpommern



Musterprüfung zur Fachhochschulreife 2024

Mathematik

**Hinweise für die Lehrkraft
zur Durchführung, Korrektur und Bewertung
(nicht für die Hand des Prüflings)**

Hinweise für die Lehrkraft

Aufgabenbearbeitung:

Die Prüfungsarbeit besteht aus den Teilen A und B.

Der Prüfungsteilnehmer erhält zunächst die Aufgaben für den Teil A mit den hilfsmittelfreien Aufgaben. Dieser beinhaltet 3 Pflichtaufgaben und keine Wahlaufgaben.

Nach Abgabe der Aufgaben des Teils A erhält der Prüfungsteilnehmer die komplexen Aufgaben des Teils B sowie die dafür vorgesehenen Hilfsmittel. Der Teil B beinhaltet 2 Pflichtaufgaben aus dem Sachgebiet Analysis und drei Wahlaufgaben, davon 2 Aufgaben aus der Analysis und 1 aus der Stochastik. Zu bearbeiten sind die zwei Pflichtaufgaben sowie zwei der drei Wahlaufgaben.

Bearbeitungszeit:

Die Arbeitszeit beträgt einschließlich Auswahlzeit 210 Minuten. Davon stehen für die Bearbeitung des hilfsmittelfreien Teils 35 Minuten zur Verfügung und für die Bearbeitung des Teils B mit den komplexen Aufgaben 175 Minuten.

Hilfsmittel:

Folgende Hilfsmittel stehen zur Verfügung:

- an der Schule eingeführtes Tafelwerk,
- an der Schule eingeführter, nicht grafikfähiger wissenschaftlicher Taschenrechner ohne CAS,
- Zeichengeräte,
- ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung in gedruckter oder digitaler Form,
- zweisprachiges Wörterbuch in gedruckter oder digitaler Form für Prüflinge mit nichtdeutscher Herkunftssprache.

Für die Aufgaben des Teils A sind Tafelwerk und Taschenrechner nicht zulässig.

Bewertung:

Im Prüfungsteil A sind je Aufgabe 5 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Im Teil B sind es in den Pflichtaufgaben 20 BE und 15 BE, in den Wahlaufgaben jeweils 15 BE.

Die Lösungen sind in einer sprachlich korrekten, mathematisch exakten und äußerlich einwandfreien Form darzustellen. In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein.

Bearbeitet ein Prüfungsteilnehmer drei Wahlaufgaben, werden die Aufgaben gewertet, welche die höchsten Bewertungseinheiten erbringen.

Maximal zwei Bewertungseinheiten können zusätzlich vergeben werden bei guter Notation und Darstellung, bei eleganten, kreativen und rationellen Lösungswegen sowie bei vollständiger Lösung einer zusätzlichen Wahlaufgabe. Maximal zwei Bewertungseinheiten können bei mehrfachen Formverstößen abgezogen werden.

Bewertungstabelle, Teile A und B

Bewertungseinheiten	Notenstufe
68 bis 80	1
56 bis 67	2
44 bis 55	3
32 bis 43	4
16 bis 31	5
0 bis 15	6

Dabei verteilt sich die Anzahl der Berechnungseinheiten (BE) wie folgt auf die einzelnen Prüfungsbestandteile:

Aufgaben	Sachgebiet	erreichbare Anzahl der Bewertungseinheiten
Pflichtaufgaben, hilfsmittelfreier Teil; Prüfungsteil A	Analysis	5
	Analysis	5
	Stochastik	5
Pflichtaufgaben, komplexe Aufgaben; Prüfungsteil B	Analysis	20
	Analysis	15
(2 von 3) Wahlaufgaben, komplexe Aufgaben; Prüfungsteil B	2 x Analysis, 1 x Stochastik	15 + 15
		80

Die Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Teilaufgaben ist verbindlich.

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

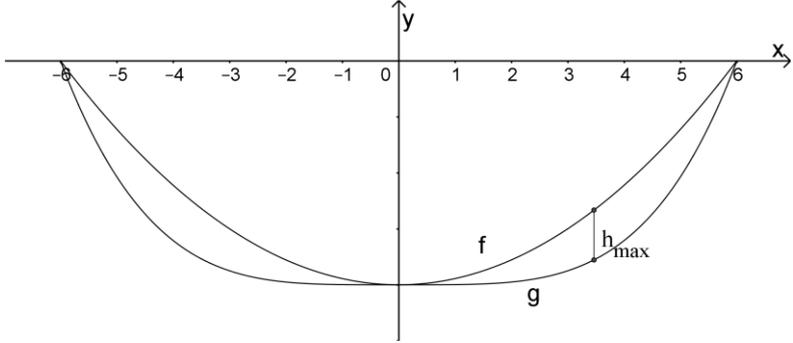
Teil A Erwartungshorizont

Aufgabe	Pflichtaufgaben	mögliche BE	erteilte BE																
1.1	$f'(x) = 3x^2 - 6x$ $3x^2 - 6x = 3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x_{E1} = 0 \vee x_{E2} = 2$ $f(0) = 2 \quad f(2) = -2$	3																	
1.2	Der Graph von f' ist eine nach oben geöffnete Parabel, der Graph in Abbildung 1 ist nach unten geöffnet. In Abbildung 2 entsprechen die Nullstellen nicht den Extremstellen von f .	2																	
2.1	$f(x) = 0 \Leftrightarrow e^x = 3 \Leftrightarrow x = \ln(3)$	2																	
2.2	$S_y(0 2)$ $f'(x) = -e^x \quad f'(0) = -1$ Damit: $y = -x + 2$	3																	
3.1	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>F</td> <td>\bar{F}</td> <td></td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>0,1</td> <td>0,2</td> <td>0,3</td> </tr> <tr> <td>\bar{A}</td> <td>0,3</td> <td>0,4</td> <td>0,7</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0,4</td> <td>0,6</td> <td>1</td> </tr> </table>		F	\bar{F}		A	0,1	0,2	0,3	\bar{A}	0,3	0,4	0,7		0,4	0,6	1	2	
	F	\bar{F}																	
A	0,1	0,2	0,3																
\bar{A}	0,3	0,4	0,7																
	0,4	0,6	1																
3.2	$P(A \cup F) = 0,1 + 0,2 + 0,3 = 0,6$	1																	
3.3	$P_F(A) = \frac{0,1}{0,4} = 0,25$	2																	
	Summe:	15																	

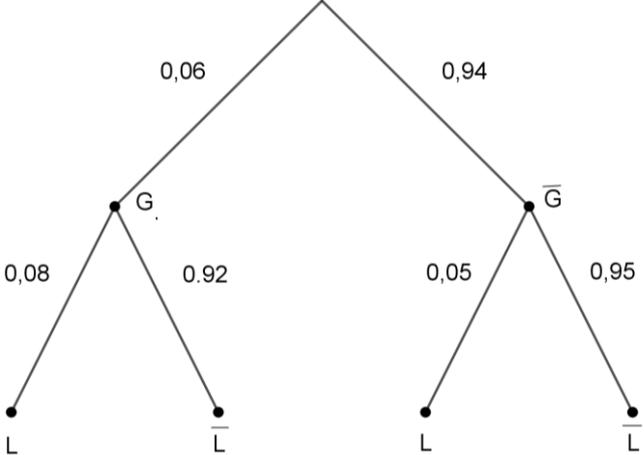
Teil B Erwartungshorizont

Aufgabe	Analysis - Pflichtaufgabe	mögliche BE	erteilte BE
1.1	f ist eine ganzrationale Funktion ohne Absolutglied.	1	
1.2	$f''(x) = 2x - 1$ $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x_W = \frac{1}{2}$ $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{13}{12}$ Geradenanstieg: $-\frac{1}{6}$ $-\frac{2}{3} = -\frac{1}{6} \cdot (-2) + n \Leftrightarrow n = -1$ $-\frac{13}{12} = -\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} - 1$ w.A.	6	
1.3.1	$\tan\left(\left -\frac{1}{6}\right \right) \approx 9,5^\circ$	2	
1.3.2	$f'(x) = x^2 - x - 2$ $-\frac{1}{6} = x^2 - x - 2 \Leftrightarrow x \approx -0,94 \vee x \approx 1,94$	3	
1.4.1		3	
1.4.2	Die Schnittstellen $\frac{1}{2}$, 2 und 3 können der Abbildung entnommen werden. $\int_{\frac{1}{2}}^3 (h(x) - f(x)) dx - \int_{\frac{1}{2}}^2 (m(x) - f(x)) dx$ $= \int_{\frac{1}{2}}^3 \left(-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{6}x - 1\right) dx - \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\right) dx$ $= \left[-\frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{11}{12}x^2 - x\right]_{\frac{1}{2}}^3 - \left[-\frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x\right]_{\frac{1}{2}}^2$ $\approx 3,26 - 0,42 = 2,84$	5	
	Summe:	20	

Aufgabe	Analysis - Pflichtaufgabe	mögliche BE	erteilte BE
2.1	$f'(x) = 5e^x + 5x \cdot e^x = 5(x+1) \cdot e^x$ $5(x+1) \cdot e^x = 0 \Leftrightarrow x = -1 \quad T\left(-1 \mid -\frac{5}{e}\right)$	4	
2.2	$5x \cdot e^x = e^x \Leftrightarrow (5x-1) \cdot e^x = 0 \Leftrightarrow 5x=1$ Diese Gleichung hat nur eine Lösung.	2	
2.3	$m_t = f'(0) = 5 \Rightarrow m_n = -\frac{1}{5} \Rightarrow n(x) = -\frac{1}{5}x$ Umfang: $1 + 5 + \sqrt{1^2 + 5^2} = 6 + \sqrt{26}$	5	
2.4	K hat an der Stelle $x = -1$ seinen einzigen Extrempunkt (Tiefpunkt). Für alle reellen Werte u mit $u < -1$ hat K einen negativen Anstieg, an der Stelle $u = -1$ den Anstieg null. Die Funktion g ist im gesamten Definitionsbereich streng monoton steigend und daher ist $g'(u)$ positiv. Somit ist die Aussage wahr.	4	
	Summe:	15	

Aufgabe	Analysis - Wahlaufgabe	mögliche BE	erteilte BE
3.1	$f(6) = f(-6) = 0$ $g(6) = 1296a - 4$ $0 = 1296a - 4 \Leftrightarrow a = \frac{1}{324}$	4	
3.2	$2 \cdot \int_0^6 f(x) dx = 2 \cdot \left[\frac{1}{27} x^3 - 4x \right]_0^6 = 2 \cdot (8 - 24) = -32$ $32 \text{ cm}^2 \cdot 100 \text{ cm} = 3200 \text{ cm}^3 = 3,2 \text{ l}$ <p>Das Fassungsvermögen einer solchen Entwässerungsrinne beträgt 3,2 Liter.</p>	4	
3.3	<p>Berechnen Sie den größten in vertikaler Richtung gemessenen Unterschied, der sich für den inneren Rand der Entwässerungsrinne aus den Entwürfen 1 und 2 ergibt.</p> 	5	
3.4	Keiner der Graphen von h_b hat einen Tiefpunkt.	2	
Summe:		15	

Aufgabe	Analysis - Wahlaufgabe	mögliche BE	erteilte BE
4.1	$f(3) \approx 1,74$ $f(7) \approx 18,3$ 2014 wurden aufgrund von Insektenbefall 1,7 Millionen Kubikmeter Schadholz geschlagen, 2018 waren es 18,3 Millionen Kubikmeter.	2	
4.2	$f(11) \approx -314$ $-314 < 0$	2	
4.3	$f'(x) = \left(-\frac{1}{190}x + \frac{9}{190}\right) \cdot e^x$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 9$ $f(9) \approx 43,6$ Das notwendige Kriterium $f'(x) = 0$ ist für keinen weiteren Wert von x als $x = 9$ erfüllt.	6	
4.4	Die momentane Änderungsrate des Schadholzeinschlags aufgrund von Insektenbefall ist zum Stichtag des Jahres 2019 am größten.	2	
4.5	$f(9) - f(7) \approx 25,3$ Infolge von Insektenbefall wurden im Jahr 2020 ca. 25 Mio. m^3 mehr Schadholz geschlagen als 2018.	3	
	Summe:	15	

Aufgabe	Stochastik - Wahlaufgabe	mögliche BE	erteilte BE
5.1	$\frac{0,047}{0,94} = 0,05$	2	
5.2		2	
5.3	Der laufenden Produktion werden 10 Rohrnippel zufällig entnommen. Betrachtet wird das Ereignis, dass keiner der Rohrnippel sowohl einen Gewinde- als auch einen Längenfehler aufweist.	3	
5.4	$\frac{P(G \cap L)}{P(G \cap L) + P(\bar{G} \cap L)} = \frac{0,06 \cdot 0,08}{0,06 \cdot 0,08 + 0,94 \cdot 0,05} \approx 9\%$	3	
5.5	$\mu_A = 1$ $\mu_B = 1$ $\sigma_A = \sqrt{\frac{82}{9}} \approx 3,02$ $\sigma_B = \sqrt{\frac{106}{9}} \approx 3,43$ Die Maschine A sollte gewählt werden, weil bei gleichem Erwartungswert der beiden Maschinen die Standardabweichung der Maschine A geringer ist.	5	
	Summe:	15	