Mecklenburg-Vorpommern

Nachname, Vorname des Prüflings:

Musterabitur 2024

Mathematik (CAS)

Grundkurs

Hinweise für die Lehrkraft
zur Durchführung, Korrektur und Bewertung
(nicht für die Hand des Prüflings)

Hinweise für die Lehrkraft

Aufgaben-bearbeitung:

Die Prüfungsarbeit besteht aus den Teilen A und B.

Der Prüfling erhält zunächst die Aufgaben für den Teil A mit den hilfsmittelfreien Aufgaben. Dieser beinhaltet
- drei Pflichtaufgaben (Aufgaben 1, 2 und 3),
- drei Wahlaufgaben aus der Aufgabengruppe 1 (Aufgaben 4, 5, 6),
- drei Wahlaufgaben aus der Aufgabengruppe 2 (Aufgaben 7, 8, 9).

Der Prüfling bearbeitet die drei Pflichtaufgaben und jeweils eine Wahlaufgabe aus jeder Aufgabengruppe.

Nach Abgabe der Aufgaben des Teils A erhält der Prüfling die Aufgaben des Teils B sowie die dafür vorgesehenen Hilfsmittel. Der Prüfungsteil B beinhaltet
- eine Pflichtaufgabe (Aufgabe 1),
- zwei Wahlaufgaben (Aufgaben 2 und 3).

Der Prüfling bearbeitet die Pflichtaufgabe und eine Wahlaufgabe.

Bearbeitungszeit:

Die Bearbeitungszeit für die Prüfungsteile A und B beträgt einschließlich Auswahlzeit 255 Minuten. Der Prüfling entscheidet selbstständig über den Zeitraum der Bearbeitung des Teils A, dieser Zeitraum darf jedoch maximal 90 Minuten betragen.

Hilfsmittel:

Dem Prüfling stehen folgende Hilfsmittel zur Verfügung:
- ein an der Schule eingeführtes Tafelwerk,
- ein an der Schule zugelassenes Computeralgebrasystem (CAS),
- Zeichengeräte,
- ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung in gedruckter oder digitaler Form,
- zweisprachiges Wörterbuch in gedruckter oder digitaler Form für Prüflinge mit nichtdeutscher Herkunftssprache.

Für die Aufgaben des Teils A sind Tafelwerk und CAS nicht zulässig.

Bewertung:

Die Lösungen sind in einer sprachlich korrekten, mathematisch exakten und äußerlich einwandfreien Form darzustellen. In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein.

Im Teil A sind je Aufgabe 5 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, im Teil B in der Pflichtaufgabe 35 BE und in der Wahlaufgabe 20 BE. Bearbeitet ein Prüfling mehr Wahlaufgaben als gefordert, so werden die Aufgaben gewertet, welche die höchsten Punktzahlen erbringen.

Maximal zwei Bewertungseinheiten können zusätzlich vergeben werden bei guter Notation und Darstellung sowie eleganten, kreativen und rationellen Lösungswegen, maximal zwei Bewertungseinheiten können bei mehrfachen Formverstößen abgezogen werden. Allein durch die Bearbeitung einer weiteren Wahlaufgabe im Teil A ist keine zusätzliche Bewertungseinheit erreichbar.

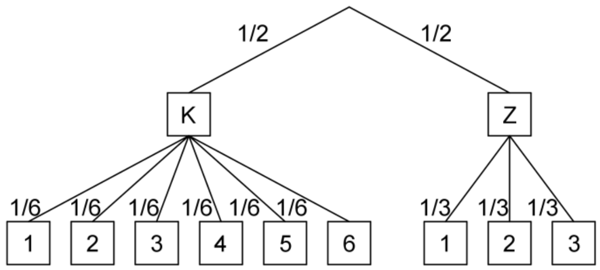
Bewertungstabelle – Grundkurs, Teile A und B

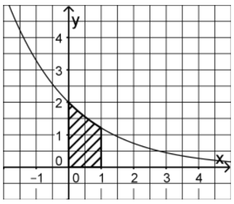
Bewertungseinheiten	Punkte
76 bis 80	15 Punkte
72 bis 75	14 Punkte
68 bis 71	13 Punkte
64 bis 67	12 Punkte
60 bis 63	11 Punkte
56 bis 59	10 Punkte
52 bis 55	09 Punkte
48 bis 51	08 Punkte
44 bis 47	07 Punkte
40 bis 43	06 Punkte
36 bis 39	05 Punkte
32 bis 35	04 Punkte
27 bis 31	03 Punkte
22 bis 26	02 Punkte
16 bis 21	01 Punkt
0 bis 15	00 Punkte

Die Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Teilaufgaben ist verbindlich.

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar.
Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

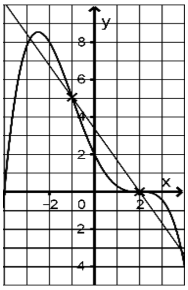
Teil A Erwartungshorizont

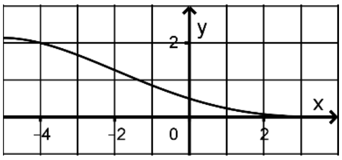
Aufgabe	Pflichtaufgaben	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2\cdot(x+2)=0 \Leftrightarrow x=-2 \vee x=0$	2	
1.2	$\int_{-2}^{0}\left(x^3+2x^2\right)dx=\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3\right]_{-2}^{0}=\frac{4}{3}$	3	
2.1	$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}3\\0\\6\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\neq r\cdot\overrightarrow{AC}$ für alle $r\in\mathbb{R}$ $\vec{x}=\begin{pmatrix}-2\\1\\-2\end{pmatrix}+s\cdot\overrightarrow{AB}+t\cdot\overrightarrow{AC}$, $s,t\in\mathbb{R}$	3	
2.2	$\overrightarrow{AB}\circ\overrightarrow{BD}=0 \Leftrightarrow 3\cdot(d-1)+1\cdot(-1)+1\cdot5=0 \Leftrightarrow d=-\frac{1}{3}$	2	
3.1		3	
3.2	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{5}{12}$	2	
	Summe:	**15**	

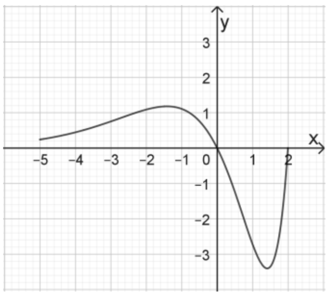
<table>
<tr><th>Aufgabe</th><th>Wahlaufgaben – Aufgabengruppe 1</th><th>mögliche BE</th><th>erteilte BE</th></tr>
<tr><td>4.1</td><td>$f(0)=2,\ f'(0)=-1$
Damit: $y=-x+2$</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>4.2</td><td>Z. B.

Term: $\int_0^1 f(x)\,dx$</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>5.1</td><td>$\overline{AC}=\overline{OA}=\sqrt{1+1+1}=\sqrt{3}$</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>5.2</td><td>Da $\overrightarrow{OC}=2\cdot\overrightarrow{OA}$ gilt, liegen A, C und der Koordinatenursprung auf einer Gerade. Wegen $\overrightarrow{OB}\neq\lambda\cdot\overrightarrow{OA}$ für alle $\lambda\in\mathbb{R}$, enthält diese Gerade nicht den Punkt B.</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>6.1</td><td>$(6;W)$</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>6.2</td><td>Zu dem Ereignis $\overline{B}$ gehören die vier Augenzahlen 1, 2, 3 und 4 der sechs möglichen Augenzahlen des Würfels.
Daraus ergibt sich $P(\overline{B})=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.
$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>$\overline{A}$</th><th></th></tr>
<tr><td>B</td><td>$\frac{1}{12}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr>
<tr><td>$\overline{B}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{2}{3}$</td></tr>
<tr><td></td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{3}{4}$</td><td>1</td></tr>
</table></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Summe:</td><td>5</td><td></td></tr>
</table>

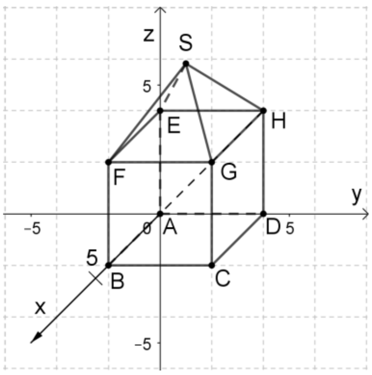
Aufgabe	Wahlaufgaben – Aufgabengruppe 2	mögliche BE	erteilte BE
7	$x^2 = mx \Leftrightarrow x = 0 \vee x = m$ $\int_m^0 \left(mx - x^2\right)dx = \left[\frac{1}{2}mx^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_m^0 = -\frac{1}{2}m^3 + \frac{1}{3}m^3 = -\frac{1}{6}m^3$ $-\frac{1}{6}m^3 = 36 \Leftrightarrow m = -6$	5	
8.1	$\left\lvert\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix}\right\rvert = 3$, $\begin{pmatrix}0\\4\\2\end{pmatrix} + 2\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-4\\6\\6\end{pmatrix}$ Damit: $(-4\,\vert\,6\,\vert\,6)$	2	
8.2	Das Dreieck ABC ist in C rechtwinklig. C liegt also auf dem Thaleskreis über $\overline{AB}$, d. h. der Mittelpunkt $M(0\,\vert\,2\,\vert\,1)$ von $\overline{AB}$ hat von A, B und C den gleichen Abstand. Alle weiteren Punkte mit dieser Eigenschaft liegen auf der Lotgerade zur yz-Ebene durch M, beispielsweise der Punkt $(1\,\vert\,2\,\vert\,1)$.	3	
9.1	$p\cdot p\cdot(1-p) = p^2 - p^3$	2	
9.2	$P(E\cap G) = P(E)\cdot P(G)$ $p^3 = p\cdot\left(p^3 + (1-p)^2\right) \Leftrightarrow p^2 = p^3 + (1-p)^2$	3	
	Summe:	**5**	

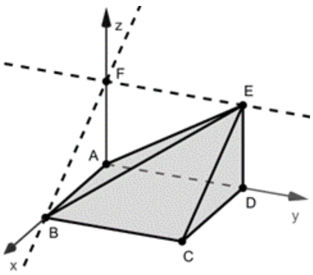
Teil B Erwartungshorizont

Aufgabe	Analysis - Pflichtaufgabe	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f'(x)=4a\cdot x^3+3b\cdot x^2+2c\cdot x+d$ $f''(x)=12a\cdot x^2+6b\cdot x+2c$ $f(-2)=8,\ f(1)=\frac{5}{16},\ f(2)=0,\ g''(2)=0,\ g'(-2)=-2$ $f(x)=-\frac{1}{16}x^4+\frac{1}{8}x^3+\frac{3}{4}x^2-\frac{5}{2}x+2$	4	
1.2	Schnittpunkte mit der x-Achse: $(-4\mid 0)$, $(2\mid 0)$ Schnittpunkt mit der y-Achse: $(0\mid 2)$	2	
1.3	$f''(x)=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=2,\ f'''(-1)\neq 0,\ f(-1)=\frac{81}{16}$	3	
1.4	 $-\frac{27}{16}\cdot 2+\frac{27}{8}=0$ $-\frac{27}{16}\cdot(-1)+\frac{27}{8}=\frac{81}{16}$	3	
1.5	Für $x\neq -1$ und $x\neq 2$ gilt $f(x)=-\frac{27}{16}x+\frac{27}{8} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{5} \vee x=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{5}$ mit $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{5}<-1$ und $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{5}>2$. $\int_{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{5}}^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{5}}\left(f(x)-\left(-\frac{27}{16}x+\frac{27}{8}\right)\right)dx=0$	4	
1.6	$f'(x)=-\frac{27}{16} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{3} \vee x=\frac{1}{2} \vee x=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{3}$ Die Tangente im Punkt $\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{3}\mid f\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)\right)$ wird durch die Gleichung $y=-\frac{27}{16}x+\frac{297}{64}$ dargestellt. Sie berührt G_f auch im Punkt $\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{3}\mid f\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)\right)$, nicht aber im Punkt $\left(\frac{1}{2}\mid f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$. Damit gibt es genau zwei solche Geraden.	3	

1.7	 $y=\frac{2187}{1024}$	2	
1.8	Der Graph von h kann aus G_f durch eine Streckung mit dem Faktor $\frac{1}{4}$ in y-Richtung und eine Streckung mit dem Faktor 2 in x-Richtung erzeugt werden.	2	
1.9	Für $-5\le x\le 4$ nimmt h sein Minimum bei $x=4$ an. Es gilt $\left(h(-5)-h(4)\right)\cdot 100\approx 214$. $\frac{h(-5)-h(4)}{9}\approx 24\%$	4	
1.10	Für $-5\le x\le 4$ hat h' das Minimum $h'(-2)\approx 0{,}42$, es handelt sich also um eine schwere Piste.	3	
1.11	Mit $i(x)=m\cdot(x+5)+h(-5)+0{,}25$ liefern $i(x)=h(x)$ und $i'(x)=h'(x)$ als kleinste Lösung für x, die größer als -5 ist, $x_1\approx -3{,}3$. Damit ergibt sich für den gesuchten Abschnitt $-5\le x\le x_1$.	5	
	Summe:	**35**	

Aufgabe	Analysis und Analytische Geometrie - Wahlaufgabe	mögliche BE	erteilte BE
2.1.1	$f_t(0)=0$	1	
2.1.2		2	

<table>
<tr><td>2.1.3</td><td>$f_t'(-3)=0 \rightarrow t=-\frac{3}{2}$</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>2.1.4</td><td>$2024=\left|\frac{1}{2}\cdot a\cdot f_2(a)\right| \quad \Rightarrow \quad a\approx 4{,}44$</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>2.1.5</td><td>$f_t(x)=f_t'(x)\cdot x \quad \Rightarrow \quad x_1=0; x_2=t-1$
Für $t=1$ gibt es nur eine Ursprungsgerade.</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>2.2.1</td><td>Oberflächeninhalt: $5\cdot 4^2+4\cdot\frac{1}{4}\cdot 4^2\sqrt{3}=80+16\cdot\sqrt{3}\approx 108$</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>2.2.2</td><td>z-Koordinate von S: $4+\sqrt{a^2-\left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\right)^2}=4+\sqrt{8}$
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th><th>F</th><th>G</th><th>H</th><th>S</th></tr>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>4</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>4</td><td>0</td><td>2</td></tr>
<tr><td>y</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>4</td><td>2</td></tr>
<tr><td>z</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>$4+\sqrt{8}$</td></tr>
</table>

</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>2.2.3</td><td>Im Gegensatz zur Netzdarstellung steht die Seitenfläche EFS nicht senkrecht auf der Kante $\overline{EF}$. Tatsächlich hat S von der Ebene, die durch die Punkte E, F, G und H verläuft, einen geringeren Abstand als in der Abbildung. P liegt daher näher an F, als im Bild ablesbar.</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Summe:</td><td>20</td><td></td></tr>
</table>

Aufgabe	Analytische Geometrie	mögliche BE	erteilte BE
3.1	$\overrightarrow{CB} \circ \overrightarrow{CE} = 0$ $10^2 + 10 \cdot \left\lvert\overrightarrow{CE}\right\rvert + 10 \cdot 6 \approx 277$, d. h. der Inhalt der Oberfläche beträgt etwa $277\,\text{cm}^2$.	5	
3.2	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC} + r \cdot \overrightarrow{CB} + s \cdot \overrightarrow{CE}$ liefert $x = 10 - 10s$, $y = 10 - 10r$ und $z = 6s$. Damit ergibt sich $x = 10 - \frac{5}{3}z$.	3	
3.3	$\tan\varphi = \frac{\left\lvert\overline{DE}\right\rvert}{\left\lvert\overline{CD}\right\rvert} = \frac{6}{10}$, d. h. $\varphi \approx 31°$	2	
3.4	Bezeichnet man im Modell denjenigen Punkt der gesuchten Linie, der auf $\overline{BE}$ liegt, mit P, so ist die Länge der Linie aufgrund der Symmetrie des Körpers $2 \cdot \left\lvert\overrightarrow{PC}\right\rvert$. Da die Linie möglichst kurz sein soll, steht $\overline{PC}$ senkrecht zu $\overline{PB}$.	4	
3.5.1		2	
3.5.2	Volumen des Körpers ABCDE: $V = \frac{1}{3} \cdot \left\lvert\overline{AB}\right\rvert^2 \cdot \left\lvert\overline{DE}\right\rvert$ Volumen des Körpers ABCDEF: $\frac{1}{2} \cdot \left\lvert\overline{AB}\right\rvert^2 \cdot \left\lvert\overline{DE}\right\rvert = \frac{3}{2} \cdot V = V + 50\,\% \cdot V$	4	
	Summe:	**20**	